PESQUISA ORIGINAL

THEOREMA INFINITUM
JOURNAL
MATHEMATICS, EDUCATION AND RELATED SCIENCES

Combinação simples e probabilidade de eventos sucessivos: a distribuição binomial via *sensemaking* no Ensino Médio técnico

Antônio Francisco Brito[1]; Francisca Rodrigues Borges[2]; Edinho Ferreira Pires[3]; Douglas Enison Cardoso da Silva[4]; Conceição de Maria Neiva Cardoso[5]; Moaci Rodrigues Passos[6]; Ana Raquel Viana De Andrade[7]; Fernanda Kelly da Costa Silva[8]

[1]Mestre, Instituto Federal do Maranhão, Maranhão, Brasil. E-mail: antonio.brito@ifma.edu.br; [2]Mestre, Instituto Federal do Maranhão, Maranhão, Brasil. E-mail: franciscarodrigues.borges@ifma.edu.br; [3]Mestre, Secretaria Estadual do Piauí, Piauí, Brasil. E-mail: professoredinho23@gmail.com; [4]Mestre, Instituto Federal do Piauí, Piauí, Brasil. E-mail: enisondouglas@gmail.com; [5]Especialista, Secretaria de Saúde de Angical, Piauí, Brasil. E-mail: neiva.ceicinha2@gmail.com; [6]Mestre, Instituto Federal do Maranhão, Maranhão, Brasil. E-mail: moaci.passos@ifma.edu.br; [7]Mestranda, Secretaria de Educação do Estado de Tocantins, Tocantins, Brasil. E-mail: raqueljusac@gmail.com; [8]Mestranda, Secretaria Municipal de Educação de Teresina, Piauí, Brasil. E-mail: fernandakelly0512@gmail.com.

https://doi.org/10.67694/bfqjqy93

Received: 02/11/2026 | **Accepted:** 09/11/2026 | **Published:** 12/11/2026 | **Pages:** 279–286

RESUMO

Este estudo analisa o desempenho de estudantes do Ensino Médio em combinação simples e em probabilidade de eventos sucessivos antes e depois de aulas que abordaram a distribuição binomial via *sensemaking*. Trata-se de estudo exploratório, de abordagem mista e delineamento pré-experimental de grupo único, realizado em fevereiro de 2024 com 38 estudantes do 3º ano do curso técnico integrado em informática de uma escola federal de Angical do Piauí, distribuídos em duas turmas. Após aulas expositivas, os estudantes responderam a um primeiro questionário com cinco questões abertas; em seguida, participaram de simulações de situações reais, uma sobre a ocupação de leitos de UTI por pacientes com COVID-19 e outra sobre a leitura de etiquetas RFID, modeladas pela distribuição binomial e ampliadas em planilha eletrônica, e responderam a um segundo questionário de mesma estrutura. Entre os 31 estudantes que responderam aos dois questionários, o acerto geral passou de 51,6% para 83,9%; nas questões de contagem, de 67,7% para 90,3%; e na questão de eventos dependentes, único conteúdo probabilístico comum aos dois instrumentos, de 25,8% para 64,5%. No segundo questionário, 83,9% resolveram corretamente a questão de distribuição binomial, e 30 dos 31 estudantes declararam preferir as aulas com *sensemaking*. Como os questionários foram aplicados em dias consecutivos, com itens diferentes, fórmulas impressas e sem grupo de comparação, os resultados indicam avanço no desempenho, mas não permitem atribuí-lo exclusivamente à abordagem.

Palavras-chave: Combinação simples. Probabilidade. Distribuição binomial. *sensemaking*. Ensino Médio.

ABSTRACT

This study analyses the performance of upper secondary students in simple combinations and in the probability of successive events before and after classes that approached the binomial distribution through *sensemaking*. It is an exploratory study with a mixed approach and a single-group pre-experimental design, carried out in February 2024 with 38 third-year students of a technical course in computing at a federal school in Angical do Piauí, Brazil, divided into two classes. After lecture-based classes, the students answered a first questionnaire with five open questions; they then took

part in simulations of real-world situations, one on COVID-19 intensive care bed occupancy and another on RFID tag reading, modelled with the binomial distribution and later extended in a spreadsheet, and answered a second questionnaire with the same structure. Among the 31 students who answered both questionnaires, overall correct answers rose from 51.6% to 83.9%; in the counting questions, from 67.7% to 90.3%; and in the question on dependent events, the only probability content common to both instruments, from 25.8% to 64.5%. In the second questionnaire, 83.9% of the students solved the binomial distribution question correctly, and 30 of the 31 students reported preferring the *sensemaking* classes. Because the questionnaires were administered on consecutive days, with different items, printed formulas and no comparison group, the results indicate progress in performance but do not allow it to be attributed exclusively to the approach.

Key words: Simple combinations. Probability. Binomial distribution. *sensemaking*. Upper secondary education.

INTRODUÇÃO

A Análise Combinatória e a Probabilidade estão entre os conteúdos de maior dificuldade no Ensino Médio. Revisões e estudos empíricos mostram que os estudantes têm dificuldade sobretudo em reconhecer se a ordem dos elementos importa, o que distingue arranjos de combinações, e que o ensino frequentemente se apoia na aplicação de fórmulas, sem a interpretação das situações (Pessoa; Borba, 2009; Borba; Rocha; Azevedo, 2015; Lós; Gusmão, 2025). Em Probabilidade, a distinção entre eventos independentes e dependentes e a passagem de situações concretas para modelos formais também constituem obstáculos recorrentes (Omena; Costa, 2024; Sari; Suryadi; Dasari, 2024). A síntese de Batanero e Álvarez-Arroyo (2024) sobre a pesquisa recente em ensino de Probabilidade aponta a resolução de problemas de probabilidade condicional e a modelagem probabilística entre os temas que mais têm mobilizado os pesquisadores, o que reforça a pertinência de propostas que articulem esses conteúdos.

A distribuição binomial oferece uma oportunidade de articular esses conteúdos, pois sua fórmula reúne a combinação simples, que conta as maneiras de distribuir os sucessos entre os ensaios, e a regra do produto para eventos independentes, que fornece a probabilidade de cada uma dessas sequências. Essa articulação vai ao encontro da Base Nacional Comum Curricular, que prevê, na competência específica 3 de Matemática do Ensino Médio, a resolução de problemas de contagem e de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos (BRASIL, 2018), e da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, que atribui ao Ensino Médio a finalidade de relacionar teoria e prática no ensino de cada disciplina (BRASIL, 1996, art. 35, IV).

Uma das abordagens propostas para essa articulação é o *sensemaking*, entendido na Educação Matemática como o processo de desenvolver a compreensão de uma situação, contexto ou conceito conectando-o ao conhecimento existente (NCTM, 2009). Nascimento e Costa (2023) propuseram o ensino da distribuição binomial via *sensemaking*, com estudantes no papel de técnicos de uma secretaria de saúde que modelam a superlotação de leitos de UTI durante a pandemia de COVID-19. O presente estudo adapta essa proposta ao Ensino Médio técnico, acrescenta uma segunda situação, sobre a leitura de etiquetas RFID, e examina o desempenho dos estudantes antes e depois das aulas.

Diante disso, formula-se a seguinte questão: como se modifica o desempenho de estudantes do 3º ano do Ensino Médio em combinação simples e em probabilidade de eventos sucessivos após aulas que abordam a distribuição binomial via *sensemaking*? O objetivo do estudo é descrever essa intervenção e analisar o desempenho e as percepções dos estudantes, considerando os limites do delineamento adotado.

REFERENCIAL TEÓRICO

Sensemaking no ensino de Matemática

O termo *sensemaking* foi difundido por Weick (1995) para descrever como pessoas e organizações atribuem significado a situações ambíguas. Na Educação Matemática, a NCTM (2009) associa raciocínio e sense making como foco do Ensino Médio: o sense making consiste em compreender uma situação ou conceito conectando-o ao conhecimento prévio, e o raciocínio, em tirar conclusões a partir de evidências ou pressupostos. Nessa perspectiva, a tarefa não se limita a aplicar uma fórmula, mas exige que o estudante interprete a situação, identifique as variáveis relevantes e justifique o modelo escolhido.

Na proposta de Nascimento e Costa (2023), esses elementos se concretizam em três movimentos: o estudante assume um papel numa situação plausível, simula o fenômeno e só então formaliza o modelo, interpretando como os parâmetros da distribuição respondem a decisões práticas, como ampliar leitos ou reduzir a probabilidade de internação. O presente estudo adota esses mesmos movimentos.

Combinação simples e raciocínio combinatório

A Análise Combinatória estuda a existência e a contagem de agrupamentos de elementos de conjuntos finitos que satisfazem certas condições, sem que seja necessário enumerá-los (Morgado *et al.*, 1991; Pessoa; Borba, 2009). Combinações simples são agrupamentos de p elementos escolhidos entre n elementos distintos, em que a ordem não importa; seu número é dado pela Equação 1 (Morgado *et al.*, 1991; Lima *et al.*, 2004):

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!} \tag{1}$$

Pesquisas brasileiras e portuguesas indicam que os estudantes tendem a contar como distintas ordenações diferentes dos mesmos elementos, confundindo combinações com arranjos (Correia; Fernandes, 2007; Pessoa; Borba, 2009; Santos-Wagner; Bortoloti; Ferreira, 2013), e que problemas de combinação estão entre os mais difíceis da Combinatória escolar (Alves; Segadas, 2012; Lós; Gusmão, 2025). Borba, Rocha e Azevedo (2015) defendem que o ensino explore diferentes representações e situações antes da formalização, para que os estudantes reconheçam os invariantes de cada tipo de problema.

Probabilidade de eventos sucessivos

Na definição clássica, se o espaço amostral Ω é finito e seus resultados são equiprováveis, a probabilidade de um evento A é dada pela equação (2):

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \tag{2}$$

Para dois eventos sucessivos, a probabilidade da interseção é dada pela regra geral do produto, Equação 3, em que P(B | A) é a probabilidade de B dado que A ocorreu. Quando A e B são independentes, isto é, quando a ocorrência de A não altera a probabilidade de B, a regra reduz-se à Equação 4 (Morgado *et al.*, 1991; Meyer, 2010):

$$P(A \cap B) = P(A)\,P(B \mid A) \tag{3}$$

$$P(A \cap B) = P(A)\,P(B) \tag{4}$$

Extrações com reposição produzem eventos independentes; extrações sem reposição, eventos dependentes. Corbalán (2002) observa que esses conteúdos são desafiadores para estudantes do Ensino Médio, e Bekman e Costa Neto (2009) destacam sua relevância na análise de decisões.

Distribuição binomial

Um ensaio de Bernoulli é um experimento aleatório com dois resultados, sucesso, com probabilidade p, e fracasso, com probabilidade 1 − p. Se X conta o número de sucessos em n ensaios de Bernoulli independentes e com a mesma probabilidade p, X tem distribuição binomial de parâmetros n e p (Grangé, 1997; Meyer, 2010), com função de probabilidade dada pela Equação 5:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \qquad x = 0, 1, \ldots, n \tag{5}$$

O coeficiente binomial conta as sequências com exatamente x sucessos, e a potência de p e de 1 − p é a probabilidade de cada uma dessas sequências, obtida pela regra do produto para eventos independentes. A fórmula condensa, portanto, os dois conteúdos que o estudo pretende articular, e sua aplicação a situações do cotidiano é amplamente explorada na literatura introdutória (Crespo, 2009).

MÉTODO

Delineamento, participantes e contexto

Trata-se de estudo exploratório, de abordagem mista e delineamento pré-experimental de grupo único, com medidas antes e depois da intervenção (Gil, 2002). Participaram 38 estudantes do 3º ano do curso técnico integrado em informática de uma escola federal de Angical do Piauí, distribuídos em duas turmas: 20 na turma A e 18 na turma B. A coleta ocorreu em fevereiro de 2024, no âmbito de uma pesquisa de mestrado profissional, e o pesquisador conduziu as aulas nas duas turmas.

Intervenção

Em cada turma foram realizados quatro encontros de uma hora, organizados conforme o Quadro 1. Nos dois primeiros, as aulas expositivas trataram de fatorial, permutação, arranjo e combinação simples e probabilidade de eventos sucessivos, com slides e quadro. Nos dois seguintes, foram realizadas as atividades de *sensemaking*, uma situação-problema em cada turma, seguidas da resolução da mesma situação no Excel para um número maior de pessoas.

Quadro 1 – Organização da intervenção e dos instrumentos

Etapa	Atividade	Instrumento
Aulas expositivas (2 encontros)	Fatorial, permutação, arranjo, combinação simples e probabilidade de eventos sucessivos	Questionário 1 (5 questões abertas)
sensemaking (2 encontros)	Turma A: leitos de UTI e COVID-19. Turma B: leitura de etiquetas RFID. Simulação com três estudantes e extensão em planilha	Questionário 2 (5 questões abertas)
Encerramento	Avaliação das aulas pelos estudantes	Questionário 3 (questões fechadas)

Fonte: Elaborado pelos autores (2026).

Situações-problema

Na turma A, adaptando a proposta de Nascimento e Costa (2023), um estudante assumiu o papel de técnico da secretaria de saúde de uma cidade hipotética, encarregado de medir o risco de fila de espera por leitos de UTI. Considerou-se que havia três pessoas infectadas e dois leitos, e que cada pessoa necessitaria de UTI, independentemente das demais, com probabilidade hipotética de 0,52. Três estudantes simularam os pacientes, para que a turma visualizasse as combinações possíveis de pacientes internados. O número X de pacientes que necessitam de UTI tem distribuição binomial com $n = 3$ e $p = 0{,}52$, e o risco de fila corresponde a $P(X = 3)$, dado pela Equação 6:

$$P(X = 3) = \binom{3}{3} (0{,}52)^3 (0{,}48)^0 \approx 0{,}1406 \tag{6}$$

A Tabela 1 apresenta a distribuição completa de X, que permite discutir o efeito de medidas de contenção: com um terceiro leito, o risco de fila seria nulo; se a probabilidade de internação fosse reduzida à metade (p = 0,26), o risco cairia para $(0{,}26)^3 \approx 0{,}0176$.

Tabela 1 – Distribuição do número de pacientes que necessitam de UTI ($n = 3$; $p = 0{,}52$)

x	Combinações de pacientes	P(X = x)
0	1	0,1106
1	3	0,3594
2	3	0,3894
3	1	0,1406

Fonte: Elaborada pelos autores (2026).

Na turma B, os estudantes assumiram o papel de técnicos de uma empresa encarregada de aprimorar um sistema de controle de acesso por RFID numa instituição de ensino hipotética. Após a explicação do protocolo anticolisão DFSA (Dynamic Framed Slotted ALOHA), em que cada etiqueta escolhe ao acaso um dos L intervalos de tempo (slots) de um quadro, três estudantes atravessaram um portal com etiquetas nas carteirinhas. Uma etiqueta é lida corretamente quando ocupa sozinha o seu slot; o número de etiquetas em um slot segue distribuição binomial com parâmetros n e 1/L (Eom; Lee, 2010), e a probabilidade de leitura correta de uma etiqueta qualquer é dada pela Equação 7:

$$P_{\text{leitura}} = \left(1 - \frac{1}{L}\right)^{n-1} \tag{7}$$

Com $n = 3$ etiquetas, essa probabilidade é de $4/9 \approx 44{,}4\%$ para $L = 3$ slots e de $25/36 \approx 69{,}4\%$ para $L = 6$, o que permite discutir como o tamanho do quadro afeta o desempenho do sistema. Esses valores são ilustrativos dos cálculos possíveis com a simulação.

Instrumentos e análise

Os questionários 1 e 2 tinham cinco questões abertas cada, com as fórmulas de arranjo, combinação e probabilidade de eventos sucessivos impressas na folha; o questionário 2 trazia também a fórmula da distribuição binomial. Em cada questão, o estudante deveria identificar a fórmula e resolver o problema. O Quadro 2 apresenta as questões transcritas. Os instrumentos foram elaborados pelo pesquisador e não passaram por validação de conteúdo. Esse procedimento, em que especialistas avaliam a clareza, a pertinência e a adequação de cada item à faixa etária dos estudantes, é recomendado para questionários de Probabilidade no Ensino Médio e costuma levar à reformulação ou exclusão de itens ambíguos (Vergara-Gómez; Henríquez-Rivas, 2025); sua ausência é considerada entre as limitações do estudo.

Quadro 2 – Questões dos questionários 1 e 2

Item	Enunciado	Conteúdo
Q1.1	Uma pessoa deseja fazer uma salada de frutas e possui em sua cozinha as frutas abacaxi, banana, kiwi, manga e uva. Utilizando apenas 3 frutas, quantas saladas diferentes podem ser feitas?	Contagem (combinação)
Q1.2	Quantas palavras diferentes podem ser construídas utilizando 3 letras dentre as iniciais dos nomes das frutas da questão anterior, ou seja, com o conjunto de letras {a, b, k, m, u}?	Contagem (arranjo)
Q1.3	Durante os experimentos sobre genética, Mendel precisou escolher 3 mudas diferentes de ervilha para serem cobaias do mesmo experimento. Sabendo que ele tinha disponível 10 mudas naquele dia, de quantas maneiras distintas ele poderia escolher as cobaias?	Contagem (combinação)
Q1.4	Em uma cesta, temos oito bombons de morango, dez bombons de maracujá e quatro bombons de uva. Determine a probabilidade de retirarmos sucessivamente, com reposição, três bombons de maracujá.	Eventos independentes
Q1.5	Uma urna contém 10 etiquetas identificadas pelas letras A, B, C, D, ..., I, J. Duas delas são retiradas ao acaso, sucessivamente. Qual a probabilidade de saírem duas vogais, se a extração é feita sem reposição?	Eventos dependentes
Q2.1	Quantas palavras de 4 letras podemos construir utilizando as letras do conjunto {A, B, C, D, E, F}?	Contagem (arranjo)
Q2.2	Uma escola fará um sorteio de três ingressos, um para cada aluno, entre os 10 primeiros colocados na olimpíada de matemática. Após a realização da prova e conhecendo os 10 primeiros colocados, calcule as combinações possíveis para o resultado do sorteio.	Contagem (combinação)
Q2.3	Em uma concessionária de automóveis, há 3 carros de um modelo específico que devem ser transportados para outra concessionária. Se houver um total de 12 carros desse modelo, quantas opções estão disponíveis para o transporte dos carros?	Contagem (combinação)
Q2.4	Uma urna contém bolas identificadas e numeradas de 1 a 10. Duas delas são retiradas ao acaso, sucessivamente e sem reposição. Qual a probabilidade de saírem dois números ímpares?	Eventos dependentes
Q2.5	Em uma prova de 6 questões do tipo verdadeiro ou falso, um aluno escolhe as respostas ao acaso. Qual é a probabilidade de que ele acerte a metade das questões?	Distribuição binomial

Fonte: Elaborado pelos autores (2026), com base nos questionários aplicados à turma B.

As respostas foram classificadas como corretas ou incorretas. Calcularam-se as frequências e os percentuais de acerto por questão, turma e questionário e, para os estudantes que responderam aos dois questionários, compararam-se os acertos por tipo de conteúdo: contagem (três questões em cada questionário), eventos dependentes (Q1.5 e Q2.4) e distribuição binomial (Q2.5, sem equivalente no questionário 1). O questionário 3, com questões fechadas, registrou as percepções dos estudantes sobre as aulas.

A análise é descritiva. Em delineamentos de grupo único com medidas antes e depois da intervenção, a diferença entre as medidas mostra que houve mudança, mas não permite afirmar que a intervenção a causou, pois ameaças à validade interna como o efeito de teste, a história e a instrumentação não podem ser controladas (Bierer *et al.*, 2025). Por esse motivo, os resultados são interpretados como indicativos do desempenho dos estudantes após a sequência, e não como estimativas do efeito do *sensemaking*.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Desempenho após as aulas expositivas

A Tabela 2 apresenta os acertos no questionário 1, respondido pelos 38 estudantes.

Tabela 2 – Acertos no questionário 1, por questão e turma

Questão	Conteúdo	Turma A (n = 20)	Turma B (n = 18)	Total (n = 38)
Q1.1	Contagem	15 (75,0%)	13 (72,2%)	28 (73,7%)
Q1.2	Contagem	11 (55,0%)	12 (66,7%)	23 (60,5%)
Q1.3	Contagem	13 (65,0%)	10 (55,6%)	23 (60,5%)
Q1.4	Eventos independentes	4 (20,0%)	8 (44,4%)	12 (31,6%)
Q1.5	Eventos dependentes	5 (25,0%)	4 (22,2%)	9 (23,7%)
Total	–	48,0%	52,2%	50,0%

Fonte: Elaborada pelos autores (2026).

O acerto foi maior nas questões de contagem (de 60,5% a 73,7%) e baixo nas de probabilidade (31,6% em eventos independentes e 23,7% em eventos dependentes). Esse padrão é coerente com a literatura, que aponta a probabilidade de eventos sucessivos e, em especial, a distinção entre extrações com e sem reposição como conteúdos de maior dificuldade (Omena; Costa, 2024). Resultados semelhantes foram relatados por Sari, Suryadi e Dasari (2024), que identificaram obstáculos de aprendizagem associados ao nível de pensamento probabilístico de estudantes do Ensino Médio, sobretudo na passagem do enunciado para o modelo. Nas questões de contagem, os acertos indicam que parte considerável dos estudantes reconheceu quando a ordem importa, embora a presença das fórmulas na folha favoreça a escolha correta por eliminação. Esse cuidado é necessário porque estudos recentes com estudantes do último ano do Ensino Médio mostram que a distinção entre permutação e combinação e a resolução de problemas diferentes dos exemplos trabalhados em aula continuam entre os principais obstáculos da Combinatória escolar (Nopriana; Asnawati; Kania, 2025; Lós; Gusmão, 2025).

Desempenho após as aulas com *sensemaking*

O questionário 2 foi respondido por 31 estudantes, 16 da turma A e 15 da turma B (Tabela 3).

Tabela 3 – Acertos no questionário 2, por questão e turma

Questão	Conteúdo	Turma A (n = 16)	Turma B (n = 15)	Total (n = 31)
Q2.1	Contagem	15 (93,8%)	13 (86,7%)	28 (90,3%)
Q2.2	Contagem	15 (93,8%)	13 (86,7%)	28 (90,3%)
Q2.3	Contagem	14 (87,5%)	14 (93,3%)	28 (90,3%)
Q2.4	Eventos dependentes	11 (68,8%)	9 (60,0%)	20 (64,5%)
Q2.5	Distribuição binomial	14 (87,5%)	12 (80,0%)	26 (83,9%)
Total	–	86,3%	81,3%	83,9%

Fonte: Elaborada pelos autores (2026).

O acerto nas questões de contagem ficou acima de 86% nas duas turmas, e 83,9% dos estudantes resolveram corretamente a questão de distribuição binomial. Esse último resultado merece atenção, pois a fórmula impressa na folha continha um erro, com p^n no lugar de p^k; como na questão p = 1/2, aplicar a fórmula impressa levaria a resultado incorreto. O Quadro 3 transcreve as resoluções de um estudante da turma B (E1), que aplicou a forma correta, com expoente igual ao número de sucessos, o que sugere compreensão da estrutura do modelo, e não apenas cópia da fórmula. O resultado contrasta com o relatado por Cisternas *et al.* (2024) em proposta de ensino da distribuição binomial com 35 estudantes chilenos do 3º ano do Ensino Médio, na qual parte dos estudantes atribuiu probabilidade 4/10 ao evento de exatamente 4 sucessos em 10 tentativas, confundindo a proporção de sucessos com a probabilidade do evento. A diferença pode estar relacionada ao fato de, no presente estudo, a questão ser do tipo direto e trazer a fórmula impressa, o que reduz a exigência de modelagem.

Quadro 3 – Resoluções de um estudante da turma B (E1), transcritas

Item	Fórmula indicada	Resolução (transcrição literal)
Q1.1	Combinação	$C_p{}^n$ = n!/((n−p)!·p!) ⇒ C = 5!/(3!·2!) ⇒ C = 120/(6·2) ⇒ C = 10
Q1.2	Arranjo	$A_p{}^n$ = 120/2 ⇒ $A_p{}^n$ = 60
Q1.3	Combinação	$C_p{}^n$ = 10·9·8·7!/(7!·3!) ⇒ 720/6 ⇒ 120
Q1.4	Prob. Suc.	10/22 · 10/22 · 10/22 = 5/11 · 5/11 · 5/11 = 125/1331
Q1.5	Prob. Suc.	P(A∩B) = 2/9 · 3/10 = 6/90 = 1/15
Q2.1	Arranjo	A = 6!/(6−4)! = 6·5·4·3·2!/2! = 360
Q2.2	[sem indicação]	10!/(3!·(10−3)!) = 10·9·8·7!/(3!·7!) = 120
Q2.3	[sem indicação]	12!/(3!·(12−3)!) = 12·11·10·9!/(6·9!) = 220
Q2.4	P(A).P(B)	4/10 · 3/9 = [resultado ilegível]
Q2.5	P(X=K)	P(X=K) = (6 3)·(1/2)³·(1/2)³ = 20·(1/2)⁶ = 20/64 = 5/16

Fonte: Elaborado pelos autores (2026), a partir dos questionários respondidos.

Nota: transcrição sem correção da notação do estudante; [ilegível] indica trecho sem leitura segura.

As resoluções de E1 ilustram um padrão: as questões de contagem e a de distribuição binomial foram resolvidas corretamente, mas, na Q2.4, o estudante considerou quatro números ímpares entre 1 e 10, quando há cinco (5/10 · 4/9 = 2/9 seria o resultado correto). O erro não está na regra do produto para eventos dependentes, que foi aplicada adequadamente, mas na contagem dos casos favoráveis. Esse tipo de erro reforça a observação de Lós e Gusmão (2025) de que o domínio do procedimento formal não garante a interpretação correta da situação.

Comparação entre os estudantes que responderam aos dois questionários

Sete estudantes (18,4%) não responderam ao questionário 2. Para evitar que a comparação seja afetada por essa perda, a Tabela 4 considera apenas os 31 estudantes que responderam aos dois instrumentos e agrupa as questões por conteúdo equivalente.

Tabela 4 – Acertos dos estudantes que responderam aos dois questionários, por conteúdo (n = 31)

Conteúdo	Questionário 1	Questionário 2	Variação (p.p.)
Contagem (3 questões; 93 respostas)	63 (67,7%)	84 (90,3%)	+22,6
Eventos dependentes (Q1.5 e Q2.4)	8 (25,8%)	20 (64,5%)	+38,7

Conteúdo	Questionário 1	Questionário 2	Variação (p.p.)
Eventos independentes (Q1.4)	9 (29,0%)	–	–
Distribuição binomial (Q2.5)	–	26 (83,9%)	–
Total (5 questões; 155 respostas)	80 (51,6%)	130 (83,9%)	+32,3

Fonte: Elaborada pelos autores (2026).

Nota: no questionário 1, os acertos do subgrupo foram obtidos a partir dos percentuais por questão e das médias informadas para os estudantes que responderam aos dois instrumentos.

Entre esses estudantes, o acerto nas questões de contagem passou de 67,7% para 90,3%, e na questão de eventos dependentes, único conteúdo probabilístico presente nos dois questionários, de 25,8% para 64,5%. O acerto no questionário 1 foi praticamente o mesmo entre os 31 pareados (51,6%) e o total de respondentes (50,0%), o que indica que a perda de participantes não explica o avanço.

Percepções dos estudantes

No questionário 3, 30 dos 31 estudantes (96,8%) declararam ter se sentido mais estimulados e ter compreendido melhor o conteúdo nas aulas com *sensemaking* do que nas aulas expositivas, e todos indicaram essas aulas como as mais importantes para a compreensão dos conteúdos. Esses dados expressam a preferência e a percepção dos estudantes, e não medem a aprendizagem; além disso, questões fechadas que contrapõem uma abordagem nova a uma tradicional tendem a favorecer respostas positivas à novidade. A literatura mostra que a percepção de aprendizagem e a aprendizagem efetiva podem divergir: em experimento controlado, Deslauriers *et al.* (2019) verificaram que estudantes aprenderam mais em aulas ativas, mas se perceberam aprendendo menos do que nas expositivas. Por outro lado, Cirillo *et al.* (2024) observaram que estudantes de Matemática identificam o trabalho em grupo com tarefas que exigem *sensemaking* e a interação com o professor como características que favorecem sua aprendizagem, o que é coerente com a preferência declarada pelos participantes deste estudo.

Discussão

Os resultados mostram avanço consistente no desempenho dos estudantes nos três conteúdos que podem ser comparados, com o maior ganho na questão de eventos dependentes. Esse avanço é compatível com a proposta de que situações em que o estudante assume um papel, simula o fenômeno e só então formaliza o modelo favorecem a compreensão das estruturas envolvidas (NCTM, 2009; Nascimento; Costa, 2023). A simulação com três estudantes torna visíveis as combinações de pacientes internados ou de etiquetas em cada slot e, com isso, o papel do coeficiente binomial na contagem das sequências, conexão que a apresentação expositiva da fórmula não explicita. Propostas recentes também defendem o uso de situações do cotidiano para dar sentido à distribuição binomial e a suas relações com outras distribuições (Paula; Santos, 2026) e a combinação entre experimentos físicos e simulações computacionais, que permite aos estudantes observar a variabilidade dos resultados e a forma da distribuição (Cisternas *et al.*, 2024). Batanero e Álvarez-Arroyo (2024) ponderam, contudo, que a simulação reduz a abstração do tema, mas pode restringir a probabilidade à sua interpretação frequentista; na presente proposta, a formalização pela Equação 5 após a simulação buscou evitar esse risco.

O avanço, contudo, não pode ser atribuído exclusivamente à abordagem. Os questionários foram aplicados em dias consecutivos, de modo que parte do ganho pode decorrer do efeito de reteste e do tempo adicional de contato com o conteúdo; os itens não são idênticos, e sua dificuldade pode diferir; as fórmulas estavam impressas nas folhas; cada turma trabalhou uma situação diferente; e não houve grupo de comparação. Trata-se das ameaças à validade interna típicas do delineamento de grupo único, que permitem afirmar que houve mudança, mas não atribuí-la à intervenção (Bierer *et al.*, 2025). Esses fatores são comuns em estudos de intervenção em Combinatória e Probabilidade na Educação Básica (Omena; Costa, 2024; Lós; Gusmão, 2025) e indicam a necessidade de delineamentos mais controlados.

Limitações

O estudo foi realizado em uma única escola, com 38 estudantes, sem grupo de comparação e com perda de 7 participantes entre os questionários. Os instrumentos não passaram por validação de conteúdo por especialistas (Vergara-Gómez; Henríquez-Rivas, 2025), traziam as fórmulas impressas e continham dois erros: a fórmula da distribuição binomial e o número de bolas no enunciado original da Q2.4. Os dados disponíveis são agregados por questão e turma, o que impede o uso de testes estatísticos para amostras pareadas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo investigou como se modifica o desempenho de estudantes do 3º ano do Ensino Médio técnico em combinação simples e em probabilidade de eventos sucessivos após aulas que abordam a distribuição binomial via *sensemaking*. Entre os 31 estudantes que responderam aos dois questionários, o acerto geral passou de 51,6% para 83,9%. O avanço ocorreu nos dois conteúdos comparáveis, mas com intensidades diferentes: nas questões de contagem, em que o desempenho inicial já era razoável, o acerto passou de 67,7% para 90,3%; na questão de eventos dependentes, conteúdo de maior dificuldade após as aulas expositivas, de 25,8% para 64,5%. Além disso, 83,9% dos estudantes resolveram corretamente a questão de distribuição binomial, conteúdo que não havia sido avaliado antes da intervenção.

Esses resultados respondem à questão de pesquisa de forma favorável, mas delimitada. Eles indicam que, ao final da sequência, a maioria dos estudantes foi capaz de identificar o tipo de agrupamento envolvido em cada problema, aplicar a regra do produto em extrações sem reposição e mobilizar o modelo binomial. Não permitem, contudo, separar o efeito do *sensemaking* do efeito do tempo adicional de estudo e da familiaridade com o formato das questões, uma vez que os questionários foram aplicados em dias consecutivos, com itens diferentes, fórmulas impressas e sem grupo de comparação. Do mesmo modo, a preferência quase unânime pelas aulas com *sensemaking*, declarada no questionário 3, informa sobre o engajamento dos estudantes, e não sobre sua aprendizagem.

A contribuição do trabalho é sobretudo didática. O estudo mostra que a distribuição binomial pode funcionar como eixo integrador entre conteúdos que costumam ser ensinados de forma isolada: na Equação 5, o coeficiente binomial responde a uma pergunta de contagem, e o produto das potências, a uma pergunta de probabilidade de eventos independentes. As situações dos leitos de UTI e da leitura de etiquetas RFID tornam essa estrutura visível, porque a simulação com três estudantes permite enumerar as sequências possíveis antes de formalizá-las, e a extensão em planilha permite discutir como decisões práticas, como ampliar o número de leitos, reduzir a probabilidade de internação ou aumentar o número de slots, alteram os resultados. A segunda situação, voltada à área de informática, mostra ainda que a proposta de Nascimento e Costa (2023) pode ser adaptada ao perfil profissional dos estudantes do ensino técnico, em consonância com a articulação entre teoria e prática prevista para o Ensino Médio (BRASIL, 1996, 2018).

Para a prática docente, os resultados sugerem três cuidados. O primeiro é reservar tempo para a interpretação da situação antes da escolha da fórmula, pois os erros observados, como a contagem incorreta dos casos favoráveis na questão de eventos dependentes, ocorreram mesmo quando o procedimento formal foi aplicado corretamente. O segundo é tratar explicitamente a diferença entre extrações com e sem reposição, conteúdo em que o desempenho inicial foi mais baixo. O terceiro é revisar com rigor os instrumentos entregues aos estudantes, uma vez que fórmulas ou enunciados com erro podem comprometer tanto a aprendizagem quanto a avaliação.

Como continuidade, recomenda-se replicar a proposta com pré-teste e pós-teste equivalentes e validados, sem fórmulas impressas, aplicados com intervalo maior e acompanhados de grupo de comparação, além do registro individual das respostas, que permita testes estatísticos para amostras pareadas. Também é pertinente verificar, em avaliações posteriores, se o ganho em eventos dependentes se mantém e se a abordagem favorece a distinção entre arranjos e combinações em problemas que não indicam a fórmula a ser usada. Com esses aprimoramentos, a articulação entre combinação simples, probabilidade e distribuição binomial por meio de situações com sentido para os estudantes poderá ser avaliada de forma mais conclusiva.

AGRADECIMENTOS

Não se aplica.

DECLARAÇÃO DE CONFLITO DE INTERESSES

Os autores declaram não haver conflito de interesses.

FINANCIAMENTO

Esta pesquisa não recebeu financiamento específico.

LICENÇA

Este artigo está licenciado sob a Licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

REFERÊNCIAS

ALVES, R.; SEGADAS, C. Sobre o ensino da análise combinatória: fatores a serem considerados, lacunas a serem evitadas. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 14, n. 3, p. 405–420, 2012.

BATANERO, C.; ÁLVAREZ-ARROYO, R. Teaching and learning of probability. **ZDM – Mathematics Education**, v. 56, n. 1, p. 5–17, 2024. DOI: 10.1007/s11858-023-01511-5.

BEKMAN, O. R.; COSTA NETO, P. L. O. **Análise estatística da decisão**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2009.

BIERER, S. B. *et al.* Moving beyond simplistic research design in health professions education: what a one-group pretest-posttest design will not prove. **MedEdPORTAL**, v. 21, p. 11527, 2025. DOI: 10.15766/mep_2374-8265.11527.

BORBA, R. E. S. R.; ROCHA, C. A.; AZEVEDO, J. Estudos em raciocínio combinatório: investigações e práticas de ensino na Educação Básica. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 53, p. 1348–1368, 2015. DOI: 10.1590/1980-4415v29n53a27.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 23 dez. 1996.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018.

CIRILLO, M. *et al.* Undergraduate students' perceptions of features of active learning models for teaching and learning to teach mathematics. **International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education**, v. 10, n. 1, p. 172–200, 2024.

CISTERNAS, G. *et al.* Proposta de ensino da distribuição binomial para alunos do ensino médio incorporando tecnologia. **Ensino em Re-Vista**, Uberlândia, v. 31, e2024-17, p. 1–19, 2024. DOI: 10.14393/ER-v31e2024-17.

CORBALÁN, F. **Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato**. Madrid: Síntesis, 2002.

CORREIA, P. F.; FERNANDES, J. A. Estratégias intuitivas de alunos do 9º ano de escolaridade na resolução de problemas de combinatória. *In:* CONGRESSO INTERNACIONAL GALEGO-PORTUGUÊS DE PSICOPEDAGOGIA. **Libro de actas**. Corunha: Universidade da Corunha, 2007.

CRESPO, A. A. **Estatística fácil**. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2009.

DESLAURIERS, L. *et al.* Measuring actual learning versus feeling of learning in response to being actively engaged in the classroom. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, v. 116, n. 39, p. 19251–19257, 2019. DOI: 10.1073/pnas.1821936116.

EOM, J.-B.; LEE, T.-J. Accurate tag estimation for dynamic framed-slotted ALOHA in RFID systems. **IEEE Communications Letters**, v. 14, n. 1, p. 60–62, 2010.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GRANGÉ, J.-P. Probabilité conditionnelle et indépendance. *In:* ENSEIGNER les probabilités au lycée. Reims: IREM de Reims, 1997. p. 339–374.

LIMA, E. L. *et al.* **A matemática do ensino médio**. 5. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2004. v. 2.

LÓS, D. E. S.; GUSMÃO, C. M. G. O ensino e a aprendizagem de Análise Combinatória: uma revisão sistemática da literatura. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 14, n. 33, p. 1–24, 2025. DOI: 10.33871/rpem.2025.14.33.9038.

MEYER, P. L. **Probabilidade: aplicações à estatística**. Tradução: Ruy de C. B. Lourenço Filho. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2010.

MORGADO, A. C. *et al.* **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro: SBM, 1991.

NASCIMENTO, I. F.; COSTA, R. C. Ensino da distribuição binomial via sensemaking: modelagem da superlotação de leitos da COVID-19. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**, v. 10, n. 1, 010189, 2023.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Focus in high school mathematics: reasoning and sense making**. Reston: NCTM, 2009.

NOPRIANA, T.; ASNAWATI, S.; KANIA, N. Phenomenological hermeneutic study on the epistemological obstacles of high school students in solving combinatorics problems. **Southeast Asian Mathematics Education Journal**, v. 15, n. 1, p. 71–86, 2025. DOI: 10.46517/seamej.v15i1.468.

OMENA, M. M.; COSTA, A. C. Revisão de literatura sobre estudos relativos ao ensino de probabilidade com ênfase em sequências didáticas. **Revista Exitus**, Santarém, v. 14, e024065, 2024. DOI: 10.24065/re.v14i1.2729.

PAULA, F.; SANTOS, D. Inter-relações entre as distribuições de Bernoulli, binomial e Poisson no cotidiano: contribuições para o ensino e aprendizagem de probabilidade. **Conexões Ciência e Tecnologia**, Fortaleza, v. 20, e026002, p. 1–14, 2026. DOI: 10.21439/conexoes.v20.4095.

PESSOA, C. A. S.; BORBA, R. E. S. R. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. **Zetetiké**, Campinas, v. 17, n. 31, p. 105–150, 2009.

SANTOS-WAGNER, V. M. P.; BORTOLOTI, R. D. M.; FERREIRA, J. R. Análise das resoluções corretas e erradas de combinatória de futuros professores de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 15, n. 3, p. 606–629, 2013.

SARI, A. D.; SURYADI, D.; DASARI, D. Learning obstacle of probability learning based on the probabilistic thinking level. **Journal on Mathematics Education**, v. 15, n. 1, p. 207–226, 2024. DOI: 10.22342/jme.v15i1.pp207-226.

VERGARA-GÓMEZ, A. S.; HENRÍQUEZ-RIVAS, C. A. Decision-making in contexts of risk and uncertainty: an instrument for secondary education. **EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, v. 21, n. 10, em2717, 2025. DOI: 10.29333/ejmste/17175.

WEICK, K. E. **Sensemaking in organizations**. Thousand Oaks: Sage, 1995.

© 2026 Author(s). Published by the Theorema Infinitum Journal. This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC BY 4.0), which permits use, distribution and reproduction, provided the original work is properly cited.